



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR  
DE  
INGENIEROS DE MINAS  
-----

Ríos Rosas, 21  
28003 MADRID.

**DEPARTAMENTO DE**  
**MATEMÁTICA APLICADA A LOS RECURSOS NATURALES**

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

***CÁLCULO II***

**Curso** : 2º  
**Cuatrimestre** : 1º  
**Carácter** : Obligatoria

**Créditos totales**  
Teóricos : 3  
Prácticos : 3

**PLAN DE ESTUDIOS 1996**

Edición 1: 1998.09.01

## CÁLCULO II: PROGRAMA

### **a) OBJETIVOS Y CONTENIDOS**

#### **BLOQUE 1: Integración en $\mathbb{R}^n$**

##### *OBJETIVOS ESPECÍFICOS:*

- 1.1 Comprender y utilizar las propiedades de las integrales múltiples.*
- 1.2 Resolver integrales dobles.*
- 1.3 Resolver integrales triples.*
- 1.4 Aplicar los cambios de variables.*
- 1.5 Aplicar las integrales dobles y triples al cálculo de valores medios, centros de gravedad y momentos de inercia.*

##### CONTENIDOS:

###### 1.1: INTEGRALES DOBLES

- Introducción.
- Tipos de dominios.
- Cálculo y propiedades.

###### 1.2: INTEGRALES TRIPLES

- Introducción a las integrales triples.
- Propiedades.
- Cálculo de integrales triples.

###### 1.3: CAMBIO DE VARIABLES

- Cambio de variables. Integrales dobles.
- Determinante jacobiano. Propiedades.
- Cambio de variables. Integrales triples.
- Coordenadas cilíndricas y esféricas.

###### 1.4: APLICACIONES

- Cálculo de volúmenes y masas.
- Cálculo de valores medios.
- Cálculo de centros de gravedad.
- Cálculo de momentos de inercia.

## **BLOQUE 2: Integrales de línea y superficie**

### *OBJETIVOS ESPECÍFICOS:*

- 2.1 *Conocer y utilizar las propiedades de las integrales de línea.*
- 2.2 *Resolver integrales de línea.*
- 2.3 *Resolver integrales de superficie.*
- 2.4 *Aplicar la parametrización de superficies.*
- 2.5 *Calcular el plano tangente de una superficie en un punto.*
- 2.6 *Aplicar el cálculo de integrales sobre curvas y superficies.*

### CONTENIDOS:

#### 2.1: INTEGRALES DE LÍNEA

- Cálculo de integrales de línea.
- Propiedades.
- Aplicaciones.

#### 2.2: INTEGRALES DE SUPERFICIE

- Introducción.
- Plano tangente y recta normal.
- Parametrización de superficies.
- Cálculo de áreas e integrales de superficie.
- Aplicaciones.

## **BLOQUE 3: Teoremas integrales y campos vectoriales.**

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS :

- 3.1 *Aplicar el teorema de Green.*
- 3.2 *Aplicar el teorema de Stokes.*
- 3.3 *Aplicar el teorema de Gauss.*
- 3.4 *Determinar cuándo un campo vectorial es conservativo y hacer aplicación en el cálculo de integrales de línea.*

### CONTENIDOS:

#### 3.1: TEOREMA DE GREEN

- Introducción.
- Teorema de Green.
- Aplicación al cálculo de áreas.
- Forma vectorial del teorema de Green.

### 3.2: TEOREMA DE STOKES

- Introducción.
- Teorema de Stokes.
- Aplicación a superficies no parametrizadas.
- Aplicación a superficies parametrizadas.

### 3.3: TEOREMA DE GAUSS

- Introducción.
- Teorema de Gauss en el plano.
- Teorema de Gauss en el espacio.
- Aplicaciones.

### 3.4: CAMPOS VECTORIALES

- Campos vectoriales conservativos.
- Propiedades y aplicación al cálculo de integrales de línea.
- Campos solenoidales.

## **BLOQUE 4: Funciones de variable compleja**

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 4.1 Resolver problemas de límites y continuidad de variable compleja.*
- 4.2 Determinar cuándo una función es analítica.*
- 4.3 Resolver integrales de variable compleja.*
- 4.4 Calcular series de variable compleja.*
- 4.5 Calcular residuos y polos.*

### CONTENIDOS:

#### 4.1: FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA

- Introducción y tipos de funciones.
- Transformaciones.
- Límites y continuidad.
- Derivadas.

#### 4.2: CÁLCULO DE INTEGRALES Y SERIES

- Integrales de contorno.
- Teorema de Cauchy.
- Series.
- Residuos y polos.

## **BLOQUE 5: Ecuaciones diferenciales**

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 5.1 *Resolver sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden.*
- 5.2 *Resolver una ecuación diferencial de orden  $n$ .*
- 5.3 *Aplicar las ecuaciones diferenciales de orden  $n$  y los sistemas de ecuaciones diferenciales.*

### CONTENIDOS:

#### 5.1: SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES

- Sistemas de ecuaciones lineales de primer orden.
- Métodos de resolución del problema homogéneo.
- Solución del problema completo.
- Reducción de orden.

#### 5.2: ECUACIONES DIFERENCIALES DE ORDEN $N$

- Ecuación de orden  $n$  con coeficientes constantes.
- Solución del problema homogéneo.
- Método de los coeficientes indeterminados.
- Solución del problema completo.
- Ecuación de segundo orden con coeficientes variables.
- Método de variación de parámetros.
- Aplicaciones físicas.

## **BLOQUE 6: Transformadas**

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 6.1 *Conocer la transformada de Laplace.*
- 6.2 *Aplicar la transformada de Laplace a la resolución de ecuaciones diferenciales.*
- 6.3 *Aplicar la transformada de Fourier.*

### CONTENIDOS:

#### 6.1: TRANSFORMADA DE LAPLACE

- Definición y propiedades.
- Aplicaciones en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

## 6.2: TRANSFORMADA DE FOURIER

- Definición y propiedades.
- Transformada en senos y cosenos.
- Aplicaciones.

### **b) BIBLIOGRAFÍA:**

#### BÁSICA:

- LARSON, R.E. y HOSTETLER, R.P., 1989. Cálculo y Geometría Analítica. Mc Graw-Hill, 1989.
- MARCELLAN, F.; CASASUS, L. y ZARZO, 1990. Ecuaciones Diferenciales. Mc Graw-Hill, 1990.
- MARSDEN, J.E. y TROMBA, A.J., 1991. Cálculo Vectorial. Wiley, 1991.
- CHURCHILL, R.V. y BROWN, J.W., 1990. Variable Compleja y aplicaciones. Mc Graw-Hill, 1990.
- ZILL, D.G., 1988. Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones. Grupo Editorial Iberoamérica, 1988.

#### COMPLEMENTARIA:

- KENT NAGLE, R. y SAFF, E.B., 1992. Fundamentos de ecuaciones diferenciales. Addison Wesley Iberoamericana. 1992.
- KRASNOV, M.L.; KISELIOV, A.I. y MAKARENKO, G.I., 1976. Funciones de variable compleja, cálculo operacional y teoría de la estabilidad. Reverte. 1976.
- MARSDEN, J.E.; TROMBA, A.J. y WEINSTEIN, A., 1993. Basic Multivariable Calculus. Springer Verlag/W.H. Freeman and Company. 1993.