



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE
INGENIEROS DE MINAS

Ríos Rosas, 21
28003 MADRID.

TITULACIÓN: INGENIERO TÉCNICO DE MINAS

ESPECIALIDAD EN: RECURSOS ENERGÉTICOS COMBUSTIBLES Y EXPLOSIVOS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA Y MÉTODOS INFORMÁTICOS

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

Curso : 1º
Semestre : Anual
Carácter : Troncal

Créditos totales
Teóricos : 6
Prácticos : 6

PLAN DE ESTUDIOS 2002

Edición 1: 2002-09-23

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS: PROGRAMA

a) *OBJETIVOS Y CONTENIDOS*

BLOQUE 1: Nociones de álgebra lineal

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 1.1 *Aplicar la estructura de espacio vectorial a los espacios de dimensión finita.*
- 1.2 *Comprender el concepto de aplicación lineal entre espacios vectoriales y su representación mediante matrices.*
- 1.3 *Aplicar las propiedades de las matrices.*
- 1.4 *Aplicar la teoría de los sistemas lineales para su resolución mediante métodos directos.*
- 1.5 *Aplicar la teoría de autovalores y autovectores a algunos métodos para su búsqueda.*

CONTENIDOS:

1.1: ESPACIOS VECTORIALES

- Vectores geométricos. Espacios vectoriales. Espacios vectoriales normados. Normas equivalentes.
- Producto escalar. Ortogonalidad.
- Subespacios vectoriales. Dependencia e independencia lineal. Dimensión de un espacio vectorial.
- Bases de un espacio vectorial. Bases ortogonales y ortonormales.
- Mejor aproximación y proyecciones ortogonales. Producto vectorial.

1.2: APLICACIONES LINEALES Y MATRICES

- Aplicaciones lineales entre espacios vectoriales. Propiedades. Caso de la dimensión finita: representación matricial.
- Álgebra matricial. Rango de una matriz.
- Cambios de base en espacios vectoriales de dimensión finita.
- Transformaciones lineales.

1.3: DETERMINANTES

- Desarrollo de determinantes. Propiedades.
- Método de Gauss. Aplicaciones.

1.4: SISTEMAS LINEALES DE ECUACIONES ALGEBRAICAS

- Discusión de sistemas lineales. Inversa de una matriz.
- Regla de Cramer.
- Métodos directos de resolución: método de eliminación de Gauss. Factorización LU. Técnicas de pivotaje.
- El caso de sistemas con matrices simétricas y definidas positivas: método de Cholesky. Método de Gauss-Jordan.
- Mínimos cuadrados.

1.5: AUTOVALORES Y AUTOVECTORES

- Autovalores y autovectores de una matriz. Aplicaciones. Propiedades de los autovalores y autovectores.
- Métodos de resolución.
- Introducción a las formas cuadráticas.

BLOQUE 2: Nociones de cálculo infinitesimal

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 2.1 *Conocer los cuerpos real y complejo y aplicar sus propiedades.*
- 2.2 *Aplicar los conceptos de límite de una función real de variable real en un punto, así como su continuidad a la determinación de los posibles puntos de discontinuidad de una función real de variable real .*
- 2.3 *Aplicar el concepto de derivada y diferencial de una función real de variable real, así como sus propiedades.*
- 2.4 *Aplicar los conceptos de primitiva e integral de una función real de variable real, así como sus propiedades.*
- 2.5 *Aplicar los recursos del cálculo diferencial e integral a la determinación de extremos y al cálculo de longitudes, áreas y volúmenes elementales.*

CONTENIDOS

2.1: NÚMEROS REALES Y COMPLEJOS

- Conjuntos ordenados. El cuerpo de los números reales. Extensión de los números reales.
- El cuerpo complejo. Cálculos con números complejos.
- Propiedades topológicas de los números reales.

2.2: LÍMITES Y DIFERENCIACION DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE

- Límites de funciones. Cálculo y propiedades de los límites.
- Funciones continuas y monótonas. Propiedades locales y globales de las funciones continuas.
- Continuidad uniforme y puntos fijos. Continuidad y compacidad. Continuidad y conexión.
- Discontinuidades.
- Derivada de una función real de variable real. Propiedades.
- Teoremas del valor medio. Regla de la cadena y derivabilidad de la función inversa. Continuidad de las derivadas.
- Derivadas de orden superior.
- Aproximación local de Taylor.
- Diferenciación de funciones vectoriales.

2.3: INTEGRACION DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE

- La integral de Riemann. Propiedades de la integral.
- Teoremas fundamentales del cálculo.
- Funciones primitivas.
- Integración por partes y por cambio de variable.
- Integrales impropias y paramétricas.

2.4: APLICACIONES DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

- Extremos de funciones reales.
- Introducción a la optimización.
- Aplicaciones de la integral: cálculo de longitudes, áreas y volúmenes.

BLOQUE 3: Cálculo diferencial e integral en varias variables

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 3.1 *Comprender el concepto y las propiedades de la derivada parcial y aplicarlo a la determinación de extremos de funciones de varias variables.*
- 3.2 *Conocer los sistemas de coordenadas más comunes y aplicarlos a la descripción de curvas en el plano y en el espacio y de superficies. Conocer algunos de los elementos diferenciales de curvas y superficies.*
- 3.3 *Comprender el concepto y propiedades de la integral múltiple.*
- 3.4 *Conocer los operadores y resultados básicos del cálculo vectorial, así como sus propiedades. Aplicarlos a la descripción de los campos vectoriales de la física.*
- 3.5 *Comprender el concepto y las propiedades de integrales de línea y superficie. Calcular integrales sencillas de línea y superficie y aplicarlas a la determinación de magnitudes asociadas a los campos vectoriales de la física.*

CONTENIDOS:

3.1: CÁLCULO DIFERENCIAL EN VARIAS VARIABLES

- Derivadas parciales y direccionales.
- Funciones diferenciables y sus propiedades. Matriz jacobiana.
- Regla de la cadena. Teorema del valor medio.
- Derivadas de orden superior.
- Fórmula de Taylor.
- Extremos y optimización.
- Funciones inversas e implícitas.

3.2: CURVAS Y SUPERFICIES

- Sistemas de coordenadas.
- Descripción paramétrica e implícita de curvas en el plano y en el espacio y de superficies.
- Longitud de arco. Tangente a una curva. Curvatura y torsión.
- Triedro de Frenet. Normal y plano tangente a una superficie.

3.3: CÁLCULO INTEGRAL EN VARIAS VARIABLES

- Integral de Riemann múltiple.
- Integrales dobles y triples.
- Cambios de variable.

3.4: INTEGRACIÓN SOBRE CURVAS Y SUPERFICIES

- Integrales curvilíneas. Circulación y trabajo de un campo vectorial.
- Integrales de superficie. Flujo de un campo vectorial.

3.5: CAMPOS VECTORIALES

- Operadores diferenciales.
- Campos conservativos. Teoremas de Green. Teorema de Ostrogradski – Gauss. Campos de divergencia nula. Teorema de Stokes.
- Campos irrotacionales.
- Aplicaciones a la física .

BLOQUE 4: Introducción a las ecuaciones diferenciales.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 4.1 *Conocer los fundamentos del modelado matemático mediante problemas de valor inicial y de contorno.*
- 4.2 *Conocer los tipos más comunes de ecuaciones diferenciales de primer orden y aplicar sus métodos de resolución a los problemas de valor inicial .*
- 4.3 *Comprender las técnicas de resolución de ecuaciones diferenciales de segundo orden lineales y aplicarlas a los problemas de valor inicial y de contorno.*
- 4.4 *Comprender la transformada de Laplace y sus propiedades y aplicarla a la resolución de ecuaciones diferenciales.*

CONTENIDOS

4.1: INTRODUCCIÓN AL MODELADO MATEMÁTICO

- Ecuaciones diferenciales.
- Problemas de valor inicial y de contorno.
- Tipos de solución. Existencia y unicidad de solución.
- Aplicaciones a la física y a la química.

4.2: ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

- Ecuaciones separables.
- Ecuaciones lineales.
- Diferenciales exactas y factor integrante.
- Aplicaciones y modelado.

4.3: ECUACIONES DIFERENCIALES DE SEGUNDO ORDEN LINEALES

- Ecuaciones homogéneas: solución general. El caso con coeficientes constantes. El caso de coeficientes variables: ecuación de Euler-Cauchy.
- Ecuaciones no homogéneas: el método de los coeficientes indeterminados y el de variación de constantes.
- Aplicaciones y modelado.

4.4: LA TRANSFORMADA DE LAPLACE

- Transformadas directa e inversa. Propiedades.
- Aplicación a la resolución de ecuaciones diferenciales.
- Función de salto de Heaviside e impulso de Dirac.
- Aplicaciones y modelado.

b) BIBLIOGRAFÍA

BÁSICA:

- ANTON, H. 1997. *Introducción al álgebra lineal*. Méjico, Limusa.
- BRADLEY, G.L.; SMITH, K. J. 1998. *Cálculo de una variable* (Volumen 1). Nueva York, Prentice Hall.
- BRADLEY, G. L.; SMITH, K. J. 1998. *Cálculo de varias variables* (Volumen 2). Nueva York, Prentice Hall.
- KREYSZIG, E. 1998. *Matemáticas avanzadas para ingeniería*. Méjico, Limusa.
- ZILL, D.G. 1997. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones al modelado*. Méjico, International Thomson. 1997.

COMPLEMENTARIA:

- ABELLANAS, L; GALINDO, A. 1990. *Métodos de cálculo*. Serie Schaum. Madrid, McGraw-Hill.
- AYRES, F.. 2000. *Ecuaciones diferenciales*. Serie Schaum. Madrid, McGraw-Hill.
- SPIEGEL, M.R. 1990. *Análisis vectorial*. Serie Schaum. Madrid, McGraw-Hill
- SPIEGEL, M.R. 1989. *Teoría y problemas de cálculo superior*. Serie Schaum. Madrid, McGraw-Hill.
- VILLA, A. de la. 1994. *Problemas de álgebra*. Madrid, Clagsa.

c) PRÁCTICAS EN GRUPOS REDUCIDOS

No hay Prácticas regladas obligatorias.

d) PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN

1) Sistema de Créditos ECTS

La Asignatura se cuantifica en 12 Créditos europeos (ECTS). La equivalencia en horas totales por crédito que cada estudiante debe dedicar para superarlo es la siguiente:

Equivalencia en Horas por Crédito ECTS	
<u>ACTIVIDAD</u>	<u>HORAS</u>
Horas presenciales de asistencia a clase (5 Teóricas y 5 Prácticas)	10 horas (1)
Horas de estudio individual y realización de ejercicios	10 horas (2)
Horas de estudio individual para preparación específica de examen	5 horas (3)
Horas para la evaluación de conocimientos (examen + entrega de ejercicios)	1 hora (4)
TOTAL de Horas por Crédito	26 horas

De forma que se estima en 312 las horas que cada estudiante debe dedicar a la Asignatura para superarla.

Notas:

- (1) La asistencia a clase es indispensable y será controlada diariamente.
- (2) Se estima que es necesaria 1 hora de trabajo personal (estudio más realización de ejercicios) por cada hora de clase para poder superar la asignatura, sin contar aquí las horas de estudio adicionales de preparación del examen.
- (3) Habiendo dedicado durante el curso 1 hora de trabajo personal por cada hora de clase, se estima que es necesario dedicar 1/2 hora más adicional por hora de clase para hacer una preparación específica del examen.
- (4) Se incluyen en esta hora una estimación del tiempo dedicado de forma efectiva a examen (1/2 hora) más el tiempo dedicado a la redacción de los ejercicios que se entregan al profesor (1/2 hora).

2) Sistema de Evaluación Continuada

Será éste el **sistema de evaluación por defecto** para todos los estudiantes. Para que un estudiante sea evaluado mediante este sistema deberá:

- Acreditar su asistencia en, al menos, el 90% de las clases presenciales. Para ello, habrá un control diario de asistencia.
- Acreditar la entrega, en el día prefijado para cada ejercicio, de al menos el 90% de los ejercicios propuestos en clase.

Notas:

- Estos requisitos podrán ser eliminados o reducidos de forma individual para ciertos casos de fuerza mayor (enfermedad, accidente, ...) debidamente justificados y acreditados.
- Cualquier intento de fraude en la acreditación de estos requisitos será penalizado con la expulsión del sistema de evaluación continuada y, en su caso, con la solicitud de apertura de expediente académico.

Con este sistema de evaluación **cada uno de los 4 Bloques de Programa se evalúa por separado** y puede superarse en los **exámenes parciales** de:

- Febrero: Bloques de Programa 1 y 2 (4 horas de examen)
- Junio: Bloques de Programa 3 y 4 (4 horas de examen)

y/o en los exámenes finales de Junio, Septiembre o Diciembre (todos los Bloques de Programa) de 4 horas de duración cada uno (1 hora por Bloque de Programa).

Para aprobar la Asignatura es necesario y suficiente superar (5 puntos sobre 10) cada uno de los 4 Bloques de Programa por separado. Una vez superados éstos, la calificación será la media de la obtenida en cada Bloque de Programa. Si al menos un Bloque de Programa no está superado, la calificación en la convocatoria correspondiente será:

- No presentado, si el estudiante no se ha presentado en el examen final de la convocatoria correspondiente a alguno de los Bloque de Programa que tuviera pendientes.
- Min (4, Media de la calificación de los Bloques de Programa) en caso contrario.

Para la **evaluación de cada Bloque de Programa** se utilizará la fórmula siguiente:

$$\mathbf{NBP} = 0.1 * \mathbf{NAC} + 0.1 * \mathbf{NEJ} + 0.8 * \mathbf{NEX}$$

donde:

- **NBP**: Nota del Bloque de Programa ($0 \leq \text{NBP} \leq 10$). Se supera el Bloque con **NBP** ≥ 5
- **NAC**: Nota por Asistencia a Clase ($-9 \leq \text{NAC} \leq 10$), obtenida mediante la fórmula siguiente:

$$\text{NAC} = 10 * \left(\frac{\text{Nas}}{\text{Ntc}} - 0.9 \right)$$

siendo:

- *Nas*: El número de asistencias a clase acreditadas en el Bloque de Programa
- *Ntc*: El número total de clases presenciales del Bloque de Programa
- **NEJ**: Nota de los ejercicios entregados en el Bloque de Programa ($-9 < \text{NEJ} \leq 10$):

$$\text{NEJ} = \frac{10}{1.1} * \left[\left(\frac{1}{\text{Nejt}} \sum_{i=1}^{\text{Nejt}} \text{Cej}(i) \right) - 0.9 \right]$$

siendo:

- *Cej(i)*: 0 (ejercicio no entregado), 1 (ejercicio entregado pero no correcto), ó 2 (ejercicio entregado y correcto).
- *Nejt*: El número total de ejercicios a entregar en el Bloque de Programa.
- **NEX**: Nota del Examen del Bloque de Programa ($0 \leq \text{NEX} \leq 10$)

Nota: Si **NAC** < 0 (Nota de Asistencia a Clase) quiere decir que la asistencia acreditada a clase en el Bloque de Programa ha sido inferior al 90%, y por tanto, el estudiante pierde su derecho a la evaluación continuada en la toda la Asignatura. Si **NEJ** < 0 también se pierde el derecho a evaluación continuada.

3) Sistema de Evaluación mediante Examen Final Global

Los estudiantes que, por cualquier motivo, hayan perdido su derecho al Sistema de Evaluación Continuada, acceden automáticamente al Sistema de Evaluación mediante Examen Final Global. Este consiste en un examen final global de toda la Asignatura (los 4 Bloques de Programa juntos), que tendrá lugar en cada una de las tres convocatorias de Junio, Septiembre y Diciembre.

Para aprobar la Asignatura es necesario que la calificación obtenida en cada Bloque de Programa no sea inferior a 4 puntos sobre 10 y que la media de todos los Bloques de Programa sea de, al menos, 5 puntos sobre 10.

En este sistema de evaluación no se tendrán en cuenta los posibles Bloques de Programa superados mediante el Sistema de Evaluación Continuada ni la calificación obtenida en otras convocatorias.